

## Résumé et responsable

Dans le cadre du programme européen Erasmus j'ai effectué un stage prévu pour la licence MASS, Mathématiques Appliquées et Sciences Sociales. Pendant 8 semaines du 26 avril 1999 au 18 juin 1999 j'ai fait ce stage au Centre Interuniversitaire de Calcul de Toulouse (CICT) qui s'occupe de la distribution des ressources pour la recherche scientifique et pour l'enseignement.

Mon travail consistait à élaborer un projet sur l'histoire des statistiques plus particulièrement sur le développement du calcul des probabilités. Cela a abouti à la création d'un site sur Internet. Ce site est destiné à tous ceux qui étudient les statistiques et qui s'intéressent à l'origine et à l'histoire de cette matière.

Mon responsable direct au Centre Interuniversitaire de Calcul (CICT) était Monsieur Joseph St.Pierre et mon responsable pédagogique était Monsieur Louis Ferre.

## Remerciements

Je tiens à remercier plus particulièrement mon promoteur et responsable au CICT, Monsieur Joseph St.Pierre, et mon responsable pédagogique, Monsieur Louis Ferré, pour m'avoir guidée durant l'élaboration de mon projet.

Ma reconnaissance va également à tous ceux qui d'une manière ou d'une autre ont pu contribuer à la réalisation du présent travail.

# Contents

Résumé et responsable . . . . .	1
Remerciements . . . . .	1
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>Mon travail</b>	<b>4</b>
Le CICT (Centre Interuniversitaire de Calcul de Toulouse) . . . . .	4
Présentation . . . . .	4
Les services . . . . .	4
Présentation du sujet et de mon travail . . . . .	5
L'histoire du calcul des probabilités . . . . .	5
Introduction . . . . .	5
De Cardano à Laplace . . . . .	5
Théorie moderne . . . . .	9
Quelques problèmes intéressants . . . . .	10
Formules et lois importantes . . . . .	12
Liens aux biographies . . . . .	15
Bibliographie . . . . .	16
<b>Conclusion sur mon travail</b>	<b>18</b>
<b>Conclusion personnelle</b>	<b>19</b>

# Introduction

Depuis l'Antiquité, et même avant, jusqu'à nos jours les statistiques et le calcul des probabilités sont un fait marquant. L'homme était toujours fasciné par l'existence du hasard. Le développement des statistiques était surtout lié aux jeux de hasard comme par exemple des jets de dés à cause de leur simplicité.

J'essaierai dans le présent travail de faire un bref aperçu sur l'histoire du calcul des probabilités. L'objectif de mon étude était également d'établir des liens avec d'autres sites afin que quelqu'un qui recherche des informations là-dessus puisse mieux s'orienter sur Internet.

# Mon travail

## Le CICT (Centre Interuniversitaire de Calcul de Toulouse)

### Présentation

Le CICT est un centre de ressources informatiques (C.R.I.), service commun aux établissements universitaires de Toulouse suivants:

- UT1 Toulouse I, Université des Sciences Sociales,
- UTM Toulouse II, Université de Toulouse le Mirail,
- UPS Toulouse III, Université Paul Sabatier,
- INPT, Institut National Polytechnique de Toulouse (ENSAT, ENSCT, ENSEEIHT, ENSIGC),
- INSA, Institut National des Sciences Appliquées

Il fournit principalement des équipes de recherche scientifique, mais aussi des ressources pour l'enseignement.

### Les services

Le CICT offre les services suivants:

- Distribution de logiciels,
- Gestion de serveurs,
- Formation,
- Conseils, études, ...
- Sécurité
- un système automatique et centralisé de sauvegardes.

# Présentation du sujet et de mon travail

Comme l'objectif de mon stage était la création d'un site sur l'histoire du calcul des probabilités, j'ai abordé le sujet en lisant des oeuvres de référence (cfr. bibliographie).

En deuxième lieu j'ai cherché des informations intéressantes sur Internet pour approfondir mes connaissances et pour les mettre sur une page web. J'ai sélectionné des biographies de mathématiciens mentionnés dans mon texte. Ce texte, élaboré avec toutes les informations trouvées et mentionnées supra, je l'ai écrit avec le logiciel  $\LaTeX$ . Ensuite je l'ai fait traduire en langage HTML.

Bien sûr il était indispensable de faire des liens entre les différentes parties du document et entre le document et d'autres sites, plus particulièrement avec des textes traitant des biographies.

## L'histoire du calcul des probabilités

### Introduction

Depuis longtemps on s'est servi des statistiques et de la probabilité.

Des premiers concepts simples des probabilités et du hasard sont apparus dans l'Antiquité en rapport avec les jeux de hasard, la divination, les sortilèges et la philosophie. Les Grecs par exemple se sont déjà occupés des jeux de hasard plus particulièrement des jets de dés. Les dés utilisés n'étaient pas des dés régulaires portant des chances identiquement distribués mais des astragales, des os du talon des ongulés. Pour cette raison ils n'ont pas encore reconnus la symétrie de ces jeux ou la stabilité de la fréquence relative. Avec la naissance du Christianisme ces jeux n'étaient plus compatibles avec l'idée de la toute-puissance divine et l'usage a été condamné par l'église.

En outre le philosophe grec Aristote a établi un schéma des événements possibles en trois classes:

1. événements certains qui arrivent nécessairement,
2. événements probables qui arrivent dans la plupart des cas,
3. événements qu'on ne peut pas prévoir et qui arrivent par hasard.

En Egypte pharaonique on a observé régulièrement l'amplitude des crues du Nil et Rome a effectué des recensements des ressources et de la population.

### De Cardano à Laplace

Vers la fin du moyen âge l'usage des chiffres arabes s'est généralisé, l'arithmétique s'est développée. Cela a peut être facilité l'approche du calcul des chances par

des nombres. Le calcul des probabilités était né mais s'appelait la géométrie du hasard. On a fait le rapprochement entre le nombre de résultats réalisant une figure donnée durant une partie et la fréquence d'apparition de cette figure au cours d'une longue suite de parties.

Donc, il n'est pas étonnant que les premiers écrits contenant le concept de la probabilité numérique ont été rédigés. Le "De ludo aleae" de Girolamo Cardano (1501-1576) a été publié en 1663 (rédigé déjà 1525). Et un énoncé de Galileo Galilei (1564-1642) qui traite le problème du Grand Duc du Toscane a été publié en 1718. Ce problème du Grand Duc du Toscane montre la polémique célèbre: Si on jette 3 dés combien existe-t-il de résultats différents possibles? Soit on a 216 (si les dés sont distinguables), soit 56 (si les dés ne sont pas distinguables). On voit qu'il faut bien définir le problème pour que le résultat soit le résultat souhaité. Outre ce problème, il existe 2 autres problèmes anciens très intéressants. Ils étaient proposés par le Chevallier de Méré, un joueur et viveur, à Blaise Pascal (1623-1662) et Pierre de Fermat (1601-1665), membres du cercle des protégés et connaissances du Duc de Roannez. Dans ce cercle on a souvent discuté des questions mathématiques. Le premier était de trouver le nombre  $n$  de jets de dés pour que les chances d'un double six soient supérieures à  $\frac{1}{2}$ . Une règle empirique venant des joueurs dit que c'est

$$n = 24 \text{ avec } p_{24} = \frac{1}{2},$$

mais la solution exacte est

$$n = 25, \text{ car on a } p_n = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n$$

$$\text{avec } p_{24} = 0,4914 \text{ et } p_{25} = 0,5055.$$

60 ans plus tard Abraham de Moivre (1667-1754) a trouvé une règle approximative

$$n = N * \ln 2$$

où  $N$  est le nombre de cas possibles suffisamment grand. Pour notre problème on a  $N = 36$ , alors

$$n = 36 * \ln 2 = 24,85 \simeq 25.$$

Le deuxième est le problème des parties, des points ou de division. Il s'agit de trouver le partage du prix d'un jeu s'il est interrompu avant qu'un participant ait obtenu un certain nombre de points pour gagner. On le trouve dans un livre de Luca Pacioli (1445-1517) de 1494, dans l'Arithmétique de Forestani de 1603, même dans les manuscrits italiens de 1380 l'historien Ore l'a retrouvé. Cardano a essayé de le résoudre en montrant la fausseté du résultat de Pacioli, de même Nicolo Tartaglia (1500-1557) a critiqué le travail de Cardano et Gilles de Roberval (1602-1675) celui de Pascal. Influencé par le Chevallier de Méré, Pascal a

commencé une correspondance avec Fermat sur quelques questions générales des probabilités et sur ce problème particulier. Pascal l'a résolu en utilisant le triangle arithmétique des coefficients du développement de  $(a + b)^n$ . Ce triangle portant son nom n'a pas été trouvé par lui-même. Omar Khayyam (1048-1122) l'a discuté dans un livre d'algèbre au 11<sup>ème</sup> siècle et déjà les Chinois l'ont peut-être fait encore avant lui. Fermat l'a considéré comme un problème de disposition avec répétition. Ils ont trouvés tous les deux la même solution.

En 1655 Christiaan Huyghens (1629-1695) est venu en France. Il y a rencontré Roberval et d'autres membres du cercle du Duc de Roannez. Il s'est occupé des problèmes traités par Fermat et Pascal et en 1656 il leur a communiqué son manuscrit pour l'approbation. C'est enfin en 1657 que son oeuvre "De Ratiociniis in Ludo Aleae" a été présentée au monde. Ici, il a défini et utilisé la notion d'espérance mathématique et ses cinq problèmes y sont présentés sans solution. Mais il n'a jamais prétendu être l'inventeur du calcul des probabilités. Il a attribué cette invention à Pascal et Fermat. Plus tard il a résolu ses problèmes et des cas particuliers du problème des parties.

Avec la méthode de Pascal, renouvellement et stationnarité dans le temps, il était possible de résoudre la plupart des problèmes de jeux et ceux de Huyghens. Jusqu'à ce temps là le calcul des probabilités n'a pas été considéré comme une discipline mathématique. Cela est dû à 4 livres très importants et spécialement à Jaques Bernoulli (1654-1705). Le livre "Essai d'Analyse sur les jeux de hasard" a été le premier. Pierre de Montmort (1678-1719) qui correspondait aussi avec Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1712) et Sir Isaac Newton (1643-1727) l'a publié d'après un résumé de vie de Jaques Bernoulli par Bernard de Fontenelle (1657-1757). La première édition de 1708 consiste en une préface suivie de 3 parties respectivement des jeux de cartes, des jeux de dés et d'autres problèmes sur les jeux de hasard comme par exemple les cinq problèmes proposés par Huyghens. Dans la deuxième édition on trouve la même préface, les 3 autres chapitres élargis et généralisés, avec en plus un chapitre de combinatoire - ce chapitre correspondait à quelques lignes dans la partie sur les jeux de cartes de la première édition - et les lettres de la correspondance entre Montmort, Jean Bernoulli (1667-1748) et Nicolas Bernoulli (1687-1759) mentionnant le "Paradoxe de St.Petersbourg". Ce paradoxe n'a été résolu qu'en 1937 par William Feller (1906-1970) en appliquant une loi généralisée des grands nombres.

Avec son travail Montmort a continué celui de Pascal en combinatoire et ses applications à la solution des problèmes des jeux de hasard. Et il savait utilisées effectivement les méthodes de récursion et d'analyse pour résoudre des problèmes plus difficiles que ceux de Huyghens et la méthode des séries infinies. Mais déjà pendant les années 1690, Jaques Bernoulli a commencé de travailler sur son oeuvre importante "Ars Conjectandi" qui n'était publiée qu'en 1705 par son neveu Nicolas Bernoulli. Dans le premier chapitre on trouve des résultats sur les jeux de hasard de Christiaan Huyghens avec des commentaires de Jaques Bernoulli.

Les trois autres chapitres contiennent des idées de lui-même comme les règles de la combinatoire en renvoyant à Frans van Schooten (1615-1660), Leibniz, John Wallis (1616-1703) dans le deuxième. Dans le troisième il a appliqué les propositions de la combinatoire aux jeux de hasard. Enfin le dernier chapitre contient la loi des grands nombres. C'était le plus grand pas vers la reconnaissance du calcul des probabilités comme discipline mathématique.

Le traité classique durant près d'un siècle a été "Doctrine of chances" de de Moivre. C'est un mélange de son livre "De Mensura Sortis" traitant les solutions de 26 problèmes et le livre "Essai d'Analyse des jeux de hasard". On y trouve traitées les équations aux différences finies, les fonctions génératrices et les séries récurrentes appliquées au calcul des probabilités et on trouve définies l'espérance mathématique, l'indépendance et la probabilité conditionnelle. Et de plus les règles d'addition et de multiplication sont établies clairement et précisément. Il existe 3 éditions qui commencent toutes par une introduction avec des définitions et des théorèmes élémentaires et après une partie avec des problèmes. La première édition de 1718 contient 53 problèmes du calcul des probabilités, la deuxième de 1740-75 du calcul des probabilités et 15 problèmes d'assurance et la troisième de 1756-74 du calcul des probabilités et 33 problèmes d'assurance. Le travail de de Moivre a contribué à l'invention de la loi normale approfondissant la loi des grands nombres de Jaques Bernoulli en utilisant la formule asymptotique pour  $n!$  obtenue par de Moivre lui-même et par James Stirling (1692-1770). Cette formule est connue aujourd'hui comme cas particulier de la formule de Stirling. La loi normale est aussi appelée la loi gaussienne après le mathématicien Carl Friedrich Gauss (1777-1855).

Aussi au 18ème siècle la théorie des erreurs s'est développée. Il s'agit d'obtenir une loi de probabilité des erreurs c'est-à-dire les différences entre les vraies valeurs d'une quantité et les valeurs mesurées par une observation. C'est à Thomas Simpson (1710-1761) que l'on doit l'introduction d'une loi uniforme discrète en 1756 dans une lettre au Président de la Royal Society of London et une loi triangulaire discrète des erreurs. Il a aussi obtenu "la loi de probabilité de la somme des  $n$  erreurs indépendantes" à l'aide des fonctions génératrices introduites par lui-même et par Joseph Louis Lagrange (1736-1813) et utilisées par de Moivre. En 1776 Lagrange a rédigé un mémoire dans lequel il a obtenu les mêmes résultats que Simpson. En outre il a étudié d'autres lois continues comme la distribution uniforme, la distribution parabolique, qui était généralisée en 1781 par Pierre Simon, Marquis de Laplace (1749-1827) à un intervalle  $[a,b]$ , et la distribution cosinoïdale. En 1760 le traité "Photometria" de Johann Lambert (1728-1777) a été publié. On y trouve la méthode du maximum de vraisemblance.

En considérant la fonction de densité

$$f(x) = \frac{k}{2} e^{-k|x|} \text{ avec } -\infty < x < \infty, k \in R^+$$



Laplace a obtenu la première loi, la loi double exponentielle, dont le domaine de définition est la droite réelle. Cette loi est dénommée la première loi des erreurs de Laplace. En 1774 il a obtenu “le théorème de Bayes” de la probabilité conditionnelle. C’est un de ces 10 principes. Peut-être il n’a pas eu connaissance que Thomas Bayes (1702-1761) a obtenu ce résultat 10 ans plus tôt. On peut le retrouver dans un article posthume de Bayes. Laplace a écrit un exposé “Théorie analytique des probabilités” dans lequel on trouve toutes les connaissances des problèmes de la probabilité de ce temps là comme la théorie des jeux de hasard, la géométrie de hasard, la loi des grands nombres de Jaques Bernoulli et la méthode des moindres carrés de Adrien-Marie Legendre (1752-1833) et Gauss. Il y a généralisé et approfondi les problèmes mathématiques et statistiques. A la suite Lambert Quételet (1796-1874) et Siméon Denis Poisson (1781-1840) étaient influencés par son oeuvre. En 1812 il a généralisé le théorème limite central connu sous le nom de théorème de de Moivre-Laplace. Ce que de Moivre a considéré en 1718 pour  $p = \frac{1}{2}$ , il a considéré pour  $p$  quelconque. C’est le théorème de la convergence vers la loi normale d’une somme d’un nombre croissant de variables aléatoires. Les démonstrations des théorèmes précédents sont immédiates lorsqu’on utilise l’inégalité de Tchebychev qui porte le nom du mathématicien russe Tchebychev (1821-1894) et l’égalité de Bienaymé de 1859 dénommée après Irénée-Jules Bienaymé (1796-1878). En 1824 Siméon Denis Poisson a considéré la loi nommée “loi de Cauchy” d’après Augustin Cauchy (1789-1857). Dans un ouvrage de 1837 il a présenté la distribution de Poisson comme distribution limite de la loi de Pascal et de la loi binomiale appelée aussi formule de Bernoulli.

## **Théorie moderne**

Le développement d’une théorie moderne du calcul des probabilités est dû à l’introduction d’une théorie de la mesure et l’intégrale de Lebesgue. Emile Borel (1871-1956) a introduit en 1894 la notion d’ensemble de mesure nulle et en 1897 la théorie des ensembles mesurables. On peut définir sur une classe des ensembles ouverts une mesure  $\mu$  avec des propriétés de  $\sigma$ -additivité et de différence. Et en 1901 Henry Lebesgue (1875-1941) a présenté à partir du concept de la mesure une théorie de l’intégration qui est plus générale que celle de Bernhard Riemann (1826-1866). Avec cette définition de l’intégrale on peut définir tous les cas d’espérance mathématique  $E(X)$  d’une variable aléatoire  $X$ . Daté de 1913 on trouve la théorie de la mesure abstraite définie sur un ensemble  $\Omega$  quelconque muni d’une tribu. Borel a publié en 1909 un mémoire sur les probabilités dénombrables. On y trouve la notion de probabilité avec la propriété d’une mesure et la règle d’addition finie devient une règle d’addition dénombrable. A partir de ce travail Lomnicki et Hugo Steinhaus (1887-1972) ont publié en 1923 respectivement “Nouveaux fondements du calcul des probabilités” et “Les probabilités dénombrables et leur rapport à la théorie de la mesure”. Aussi dans les années 20 de notre siècle Paul Lévy (1886-1971) et Alexandre Khintchine (1894-1959)

ont fondé la théorie moderne des variables aléatoires.

Enfin en 1933 Kolmogorov a publié sa monographie “Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung” dans laquelle il a présenté l’axiomatique moderne du calcul des probabilités. On voit aussi apparaître dans la théorie nouvelle des chaînes de Markov d’après Andrei Markov (1856-1922), la théorie des tests fondée par Karl Pearson (1857-1936), Sir Ronald Fisher (1890-1962) et William Gosset (1876-1937) connu sous le nom de Student et la statistique des processus fondée par George Yule (1871-1951).

## Quelques problèmes intéressants

### Problème des parties

Il s’agit de trouver le partage du prix d’un jeu s’il est interrompu avant qu’un participant ait obtenu un certain nombre de points pour gagner. Supposons que celui qui gagne le 3ème point dans un jeu de 2 personnes soit le champion et reçoive le prix. Mais le jeu est interrompu avec un score de 2:0.

**La solution de Pascal** En partant de la réflexion que le premier joueur a encore besoin de 2 points et le deuxième de 3 points, Pascal a construit le triangle arithmétique des coefficients du développement de  $(a + b)^n$ :

n=0				1				
n=1			1	1				
n=2			1	2	1			
n=3			1	3	3	1		
n=4			1	4	6	4	1	
n=5			1	5	10	10	5	1
:	:	:	:	:	:	:	:	:

Ce triangle portant son nom n’a pas été trouvé par lui-même. Omar Khayyam (1048-1122) l’a discuté dans un livre d’algèbre au 11ème siècle et déjà les Chinois l’ont peut-être fait encore avant lui.

Le jeu est fini après  $2 + 3 - 1 = 4$  parties au maximum puisqu’il y a absolument un gagnant. Alors on recherche dans la ligne  $n = 4$  ( $= 2 + 3 - 1$ ) les coefficients 1, 4, 6, 4, 1. En additionnant le nombre des parties manquant pour la victoire pour chaque joueur (pour le 1er joueur  $1 + 4 = 5$ , pour le 2ème joueur  $6 + 4 + 1 = 11$ ), on retrouve la proportion de la division du prix pour un score de 1:0. Donc celui qui est plus proche de la victoire gagne  $\frac{11}{16}$  et l’autre  $\frac{5}{16}$  du prix.

**La solution de Fermat** Il est aussi parti de la réflexion que le jeu est fini après 4 parties au plus tard. Mais pour lui, il s’est agi d’un problème de disposition avec répétition de deux éléments (deux joueurs) avec les possibilités suivantes:

1111	1122	1222	2111	2211	2222
1112	1212			2121	2221
1121	1221			2112	2212
1211					2122

Le jeu est décidé en faveur du premier joueur dans tous les cas où le 1 se trouve plus d'une fois. Ce sont 11 possibilités. Pour le deuxième joueur tous les cas sont favorables où le 2 apparaît plus de deux fois. Ce sont 5 possibilités. Puisqu'il y a 16 possibilités le prix est distribué dans la proportion  $\frac{11}{16}$  (joueur 1) à  $\frac{5}{16}$  (joueur 2).

### Les cinq problèmes de Huyghens

**Problème 1:** Le jeu se joue avec 2 dés. Le premier des joueurs  $J_1$  doit obtenir un 6 et le deuxième  $J_2$  doit obtenir un 7 pour gagner.

$J_1$  lance les dés une fois, puis  $J_2$  les lance deux fois, à partir de là ils les lancent deux fois. Le jeu s'arrête dès que l'un des joueurs a obtenu la valeur fixée au début. Huyghens s'est demandé le rapport entre les chances de  $J_1$  et  $J_2$ .

Ce problèmes a été demandé par Fermat dans une lettre de juin 1656 à Huyghens. Et lui, il a donné la réponse dans une lettre à Pierre de Carcavi (1600-1684) en juillet 1656.

**Problème 2:** On a un jeu de 40 cartes avec 4 couleurs et 10 cartes par couleur. Quelle est la chance en tirant 4 cartes d'en avoir une de chaque couleur. Dans la présentation de ce problème par Huyghens un joueur tire les cartes et fait le pari contre un autre joueur.

Ce problèmes a été demandé par Fermat dans une lettre de juin 1656 à Huyghens. Et lui, il a donné la réponse dans une lettre à Pierre de Carcavi (1600-1684) en juillet 1656.

**Problème 3:** 3 joueurs  $J_1$ ,  $J_2$  et  $J_3$  ont 12 jetons, dont 4 en blancs et 8 en noirs. Les joueurs tirent alors un après l'autre, dans l'ordre  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$ ,  $J_1$ , ... un jeton et celui qui tire un jeton blanc gagne le jeu. On se demande alors les chances de chacun.

Huyghens a donné la solution pour ce problème dans une note de 1665.

**Problème 4:** Dans ce problème il y a 2 joueurs et comme dans le problème 3 12 jetons, 4 blancs et 8 noirs. On veut calculer la chance d'obtenir 3 jetons blancs lorsqu'on tire 7 jetons. Dans la présentation de ce problème les joueurs parient

sur cette possibilité. Quelle est la chance de gain de chacun des joueurs?

Huyghens a donné la solution pour ce problème dans une note de 1665 comme pour le problème 4.

**Problème 5:** Dans ce problème il y a 2 joueurs qui jouent avec 3 dés. Tous les deux ont 12 jetons. Si on obtient un 11 le premier joueur donne un jeton au deuxième et si on obtient un 14 le deuxième joueur donne un jeton au premier. Celui qui a reçu tous les jetons a gagné le jeu. La question est de trouver les chances de chacun des deux.

Ce problème était posé par Pascal à Fermat et aussi par Carcavi à Huyghens dans une lettre de septembre 1656 avec la solution de Fermat et Pascal.

### Paradoxe de St. Petersburg

On joue à pile ou face. Si un joueur reçoit  $2^n$  francs quand on obtient pile à la  $n$ -ième épreuve (probabilité  $\frac{1}{2^n}$ ) pour la première fois que doit-il payer pour participer au jeu?

On dirait qu'il doit payer son espérance mathématique, mais elle est infinie.

Ce n'était qu'en 1937 que Feller a trouvé la solution en utilisant une loi généralisée des grands nombres.

## Formules et lois importantes

### Formule de Bernoulli - Loi binomiale

$$P(S_n = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

avec  $k = 0, 1, 2 \dots n$  et  $p \in [0, 1]$ ;  $q = 1 - p$

### Loi uniforme discrète

$$P(x) = \frac{1}{2a + 1}$$

avec  $x = -a, -a + 1, \dots, 0, \dots, a - 1, a$ ;  $a \in \mathbb{N}$

### Loi triangulaire discrète des erreurs

$$P(x) = \frac{a + 1 - |x|}{(a + 1)^2}$$

avec  $x = -a, -a + 1, \dots, 0, \dots, a - 1, a$

### Loi de Pascal

$$P(x) = p(1-p)^x$$

avec  $x = 0, 1, 2, \dots; 0 < p < 1$

### Distribution de Poisson

$$P(S_n = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

avec  $k = 0, 1, 2, \dots; \lambda > 0$

### Loi normale

La fonction de densité est

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

avec  $x \in R; m, \sigma \in R; \sigma > 0$

### Loi de Cauchy

La fonction de densité est

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

avec  $-\infty < x < \infty$

### Loi uniforme

La fonction de densité est

$$f(x) = \frac{1}{b-a}$$

avec  $a < b; a \leq x \leq b; a, b \in R$

### Loi parabolique

La fonction de densité est

$$f(x) = \frac{3(a^2 - x^2)}{4a^3}$$

avec  $-a \leq x \leq a$

### Loi cosinusoidale

La fonction de densité est

$$f(x) = \frac{1}{2} \cos x$$

avec  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

### Loi des grands nombres

Soient  $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$  la somme des variables aléatoires indépendantes  $X_i$ ,  $E(X_1) < \infty$  et  $E(X_1) = \mu$ . Alors on a  $\forall \epsilon > 0$

$$P\left(\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| \geq \epsilon\right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

### Le théorème limite central - Théorème de de Moivre-Laplace

$$P\left(\frac{S_n - np}{\sqrt{npq}} \leq x\right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

### Le théorème de Bayes

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^n P(A_j)P(B|A_j)}$$

avec  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$

et  $P(A_i)$  : probabilités a priori;  $P(A_i|B)$  : probabilités a posteriori

### L'inégalité de Tchebychev

$$P(|X - E(X)| < \epsilon) > 1 - \frac{\sigma^2(X)}{\epsilon^2}$$

### L'égalité de Bienaymé

$$\sigma^2(S_n) = \sigma^2(X_1) + \dots + \sigma^2(X_n)$$

### Les axiomes de Kolmogorov

Soit  $(\Omega, \mathbf{A}, P)$  un espace de probabilité.  $P$  est défini par:

1.  $0 \leq P(A) \leq 1 \quad \forall A \in \mathbf{A}$
2.  $P(\Omega) = 1$
3.  $P(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \quad \forall A_i \in \mathbf{A}$  avec  $A_i \cap A_j = \emptyset$  pour  $i \neq j$

## Liens aux biographies

Les liens ci-dessous sont sur les pages de “MacTutor History of Mathematics archive” de l’Université de St.Andrews. Pour autres sites web intéressantes regardez-vous sous Pages Web.

BAYES Thomas (1702-1761)  
BERNOULLI Jaques (1654-1705)  
BERNOULLI Jean (1667-1748)  
BERNOULLI Nicolas (1687-1759)  
BIENAYME Irénée-Jules (1796-1878)  
BOREL Emile (1871-1956)

de CARCAVI Pierre (1600-1684)  
CARDANO Girolamo (1501-1576)  
CAUCHY Augustin (1789-1857)

FELLER William (1906-1970)  
de FERMAT Pierre (1601-1665)  
FISHER Ronald (1890-1962)  
de FONTENELLE Bernard (1657-1757)

GALILEI Galileo (1564-1642)  
GAUSS Carl Friedrich (1777-1855)

HUYGHENS Christiaan (1629-1695)

KHAYYAM Omar (1048-1122)  
KHINTCHINE Alexandre (1894-1959)  
KOLMOGOROV Andrei (1903-1987)

LAGRANGE Joseph-Louis (1736-1813)  
LAMBERT Johann (1728-1777)  
LAPLACE Pierre Simon, Marquis de (1749-1827)  
LEBESGUE Henri (1875-1941)  
LEGENDRE Adrien-Marie (1752-1833)  
von LEIBNIZ Gottfried Wilhelm (1646-1716)  
LEVY Paul (1886-1971)

MARKOV Andrei (1856-1922)  
de MOIVRE Abraham (1667-1754)  
MONTMORT Pierre (1678-1719)

NEWTON Sir Isaac (1643-1727)

PACIOLI Luca (1445-1517)

PASCAL Blaise (1623-1662)

PEARSON Karl (1857-1936)

POISSON Siméon Denis (1781-1840)

QUETELET Lambert (1796-1874)

RIEMANN Bernhard (1826-1866)

de ROBERVAL Gilles (1602-1675)

van SCHOOTEN Frans (1615-1660)

SIMPSON Thomas (1710-1761)

STEINHAUS Hugo (1887-1972)

STIRLING James (1692-1770)

STUDENT: GOSSET William (1876-1937)

TARTAGLIA Nicolo (1500-1557)

TCHEBYCHEV (1821-1894)

WALLIS John (1616-1703)

YULE George (1871-1951)

## Bibliographie

### Livres

- Fragments d'histoire des mathématiques, Brochure A.P.M.E.P. n41, 1981
- DIEUDONNE Jean, Abrégé d'histoire des mathématiques II, Hermann, 1978
- DROESBEKE Jean-Jaques, TASSI Philippe, Histoire de la statistique, Presse universitaire de France - Que sais-je?, 1990
- HALD Anders, A history of probability and statistics and their applications before 1750, John Wiley & sons, 1990
- PETERS William S., Counting for Something, Springer-Verlag
- WUSSING Hans, ARNOLD Wolfgang, Biographien bedeutender Mathematiker, Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin, 1975



## Pages Web

- Une source riche en biographies et en histoire des mathématiques est le site MacTutor History of Mathematics archive de l'Université de St.Andrews: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/>
- En français on trouve le ChronoMath avec des biographies et d'autres informations: <http://perso.wanadoo.fr/szmehl/>

D'autres sites intéressants sont les suivants:

- <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/mathhist>
- <http://www.seanet.com/~ksbrown/>
- <http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/history/External/Westfall-list.html>
- <http://www.bib.ulb.ac.be/coursmath/bio.htm>
- <http://www.er.uqam.ca/merlin/ab391848/table-des-matieres.html>
- <http://www.zahlenjagd.at/mathematiker.html>
- <http://www.ksreussbuehl.ch/faecher/mathematik/mathematiker.html>

# Conclusion sur mon travail

Dès son debut, l'histoire du calcul des probabilités était lié aux jeux de hasard mais aussi à la divination, les sortilèges et la philosophie. Ceci s'est développé fortement du 15ème au 19ème siècle. Dans cette époque, on retrouve le problème intéressant des parties, ainsi que les grandes oeuvres de Girolamo Cardano, Galileo Galilei, Pierre Montmort, Jaques Bernoulli, Pierre Simon Laplace et d'autres mathématiciens. A la fin du 19ème et au 20ème siècle s'est développé la theorie moderne qui traite entre autres de l'axiomatique moderne proposé par Kolmogorov en 1933.

Ensuite on trouve des problèmes, des lois et des théorèmes mentionnés dans le texte principal.

# Conclusion personnelle

Le stage était une expérience très intéressante, qui m'a permis d'avoir une approche sur l'histoire du calcul des probabilités. J'ai appris à travailler avec le logiciel  $\text{\LaTeX}$  et à utiliser le langage HTML qui m'étaient jusqu'à présent inconnus. Le travail comprenait le domaine de l'informatique et celui des statistiques, ce qui était un mélange enrichissant. De plus, j'ai pu améliorer et approfondir mes connaissances sur la langue écrite en français.

Pour conclure, le stage m'a apporté de la théorie, mais aussi de la pratique par le biais de l'ordinateur, ce qui m'a énormément plu.